TD TRANSFORMATIONS ET ISOMETRIES

CORRECTION DISPONIBLE DANS NOS COURS EN LIGNE

WWW.MBACKEMATHS.COM

PROF: MBACKE MATHS **ANNEE 2023-2024** ***Niveau :* TS1**

❖ Exercice 1:

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). (Δ) désigne la première bissectrice et rle quart de tour direct de centre O.

1. Quelles sont les expressions analytiques de $S_{(OI)}$ et S_Δ ?
2. En déduire l'expression analytique de r.

❖ Exercice 2:

1. $ABCD$ est un rectangle. Déterminer, dans chacun des cas suivants, la droite (Δ) telle que :
   a) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_\Delta \circ S_{(AD)}$ b) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(AD)} \circ S_\Delta$ c) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)} \circ S_\Delta$.
2. ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre O.

2.1) Déterminer, dans chacun des cas suivants, la droite (Δ) telle que :

a) $r\left(A, \frac{\pi}{3}\right) = S_\Delta \circ S_{(AB)}$ b) $r\left(A, \frac{\pi}{3}\right) = S_{(OA)} S_\Delta$ c) $r\left(O, \frac{2\pi}{3}\right) = S_\Delta \circ S_{(OA)}$.

2.2) Déterminer les applications suivantes

a) $r\left(B, \frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(C, \frac{\pi}{3}\right)$

b) $r\left(B, \frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(A, -\frac{\pi}{3}\right)$

c) $r\left(C, \frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(O, \frac{2\pi}{3}\right)$

d) $r\left(A, \frac{\pi}{3}\right) \circ t_{\overrightarrow{AB}}$

e) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(A, \frac{\pi}{3}\right)$

f) $r\left(C, \frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(B, \frac{\pi}{3}\right) \circ r\left(A, \frac{\pi}{3}\right)$

3. $ABCD$ est carré de sens direct et de centre O.

Déterminer les applications suivantes :

a) $r\left(A, \frac{\pi}{4}\right) \circ r\left(B, \frac{\pi}{4}\right)$

b) $r\left(A, \frac{\pi}{2}\right) \circ r\left(B, \frac{\pi}{2}\right)$

c) $r\left(A, \frac{\pi}{2}\right) \circ r\left(B, -\frac{\pi}{2}\right)$

d) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(B, \frac{\pi}{4}\right)$

e) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(O, \frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{CD}}$

f) $t_{\overrightarrow{AB}} \circ r\left(B, \frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{BA}}$

❖ Exercice 3:

ABC est un triangle équilatéral de sens direct, inscrit dans le cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [AD].

1. Démontrer que la transformation $f = S_{(BD)} \circ S_{(AC)}$ est une rotation dont on précisera le centre I et l'angle.
2. Démontrer que la transformation $g = S_{(CD)} \circ S_{(AB)}$ est une rotation dont on précisera le centre J et l'angle.
3. Démontrer que le triangle AIJ est équilatéral.
4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation gof.

❖ Exercice 4:

ABC est un triangle de sens direct. Les points D, E et F sont tels que les triangles BCD, AEB et CFA sont équilatéraux directs. Préciser la nature de la transformation $T = r\left(B, \frac{\pi}{3}\right) \circ \circ \left(A, -\frac{\pi}{3}\right)$ et utiliser T pour démontrer que AEDF est un parallélogramme.

❖ Exercice 5:

ABC est un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par ($\mathcal{C}$) le cercle circonscrit à ABC et O son centre. La médiatrice de [BC] coupe ($\mathcal{C}$) en A et D. On note A′ le point d'intersection des droites (BD) et (AC).

1. Démontrer que A′ est le symétrique de A par rapport à C.
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes : $S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$; $S_{(CA)} \circ S_{(AB)}$; $S_{(DC)} \circ S_{(CA)}$.
3. On note $f = S_{(BD)} \circ S_C \circ S_{(AB)}$.

a) Déterminer f(A) puis la nature et les éléments caractéristiques de f.

b) En déduire la nature de la transformation $S_{(BD)} \circ S_C$.

❖ Exercice 6:

Soit h l'homothétie de centre O et de rapport -2 , h' l'homothétielde centre O ' et de rapport $\frac{1}{2}$.

1. Démontrer que h'oh est la symétrie de centre I tel que : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OO'}$.
2. Déterminer la transformation hoh'.

❖ Exercice 7:

ABCD est carré de sens direct et de centre I, (Γ) est le cercle passant par A, B, C et D. On note :

- t la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$
- R_D la rotation de centre D^2 d'angle $\frac{\pi}{2}$
- R_1 la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{4}$
- R_2 la rotation de centre A et d'angle $\frac{3\pi}{4}$

On se propose de déterminer les éléments caractéristiques des transformations : $f = toR_D$; $g_1 = R_1 of$; $g_2 = R_2 of$.

1. Démontrer que f, g_1 et g_2 sont des rotations, dont on précisera les angles

2. a) Déterminer $f(D)$ et $f(A)$. Quel est le centre de f ?

b) Déterminer $g_1(D)$ et $g_2(D)$.

3. Soit $A'_1 = g_1(A)$ et $A'' = g_2(A)$.

a) Démontrer, en utilisant $g_2 o g_1^{-1}$, que A est le milieu du segment $[A'_1 A'_2]$.

b) Démontrer, en déterminant une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'_1}\right)$, que A'_1 est sur la tangente en A à (Γ).

4. a) Soit J le centre de g_1 et K celui de g_2. Démontrer J et K appartiennent à (Γ) et sont diamétralement opposés. Placer J et K sur la figure

b) Démontrer que A'_1 est sur la droite (JB). Placer A'_1 et A'_2 sur la figure.

❖ **Exercice 8:**

Le plan est muni du repère orthonormé $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{13}(5x - 12y + 24) \\ y' = \dfrac{1}{13}(-12x - 5y + 36) \end{cases}$$

1-) Démontrer que $fof = Id$.

2-) Démontrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite $\mathcal{S}$ à préciser

3-) Soit M un point du plan et M' son image par f.

a) Démontrer que le milieu de $[MM']$ appartient à $\mathcal{D}$.

b) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe, orthogonale à celle de $\mathcal{D}$.

c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

INSTITUT MBACKE MATHS

INSTITUT MBACKÉ MATHS
Cours privées en ligne International en MATHS, PC, SVT

Cours privés en ligne international

(Année 2023-2024)

Niveau

Terminale S2 / S1
Première S2 / S1
Seconde S
Troisième

Série

Terminal D
Terminal C
Première D
Première C

Inscrivez-vous maintenant au +221 70 713 09 21

Prof SVT | Prof Maths | Assistante de direction | Prof PC | Prof SVT | Mbacké Maths

Mbacké Maths
Visitez notre chaine Youtube

+221 70 713 09 21 mbackes883@gmail.com Dakar, Sénégal